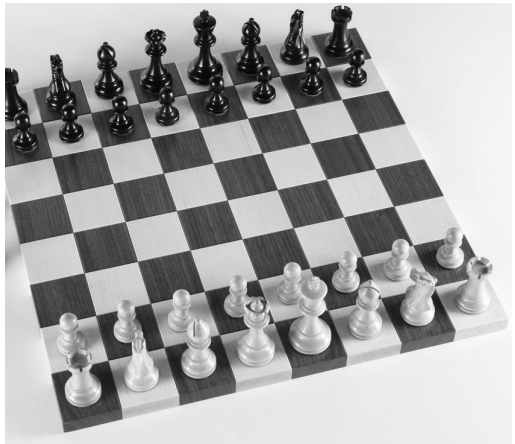
Przetwarzanie informacji obrazowej

Temat 3

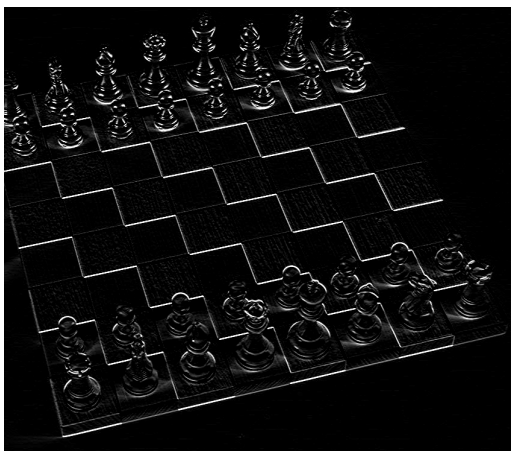
Piotr Syga

2022

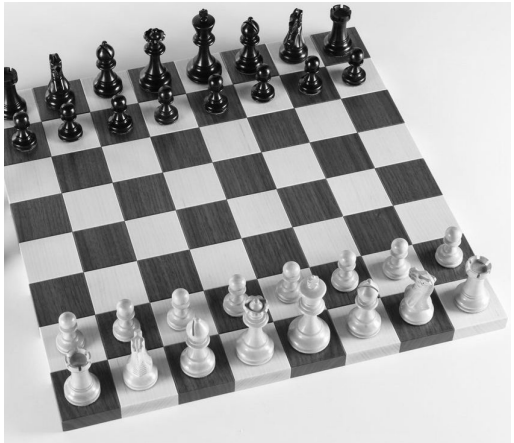
Wykrywanie krawędzi



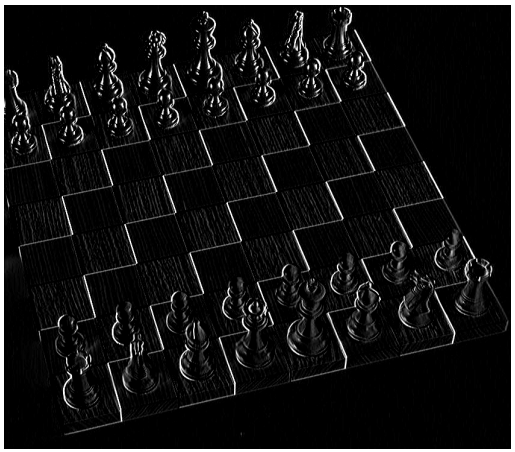
$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



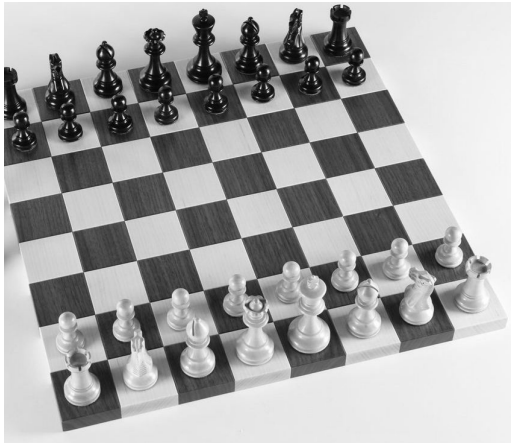
Wykrywanie krawędzi



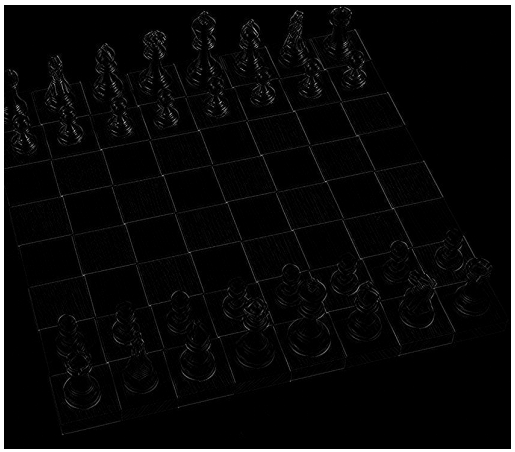
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



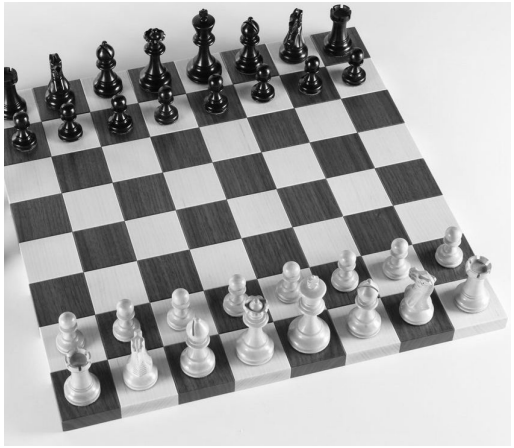
Wykrywanie krawędzi



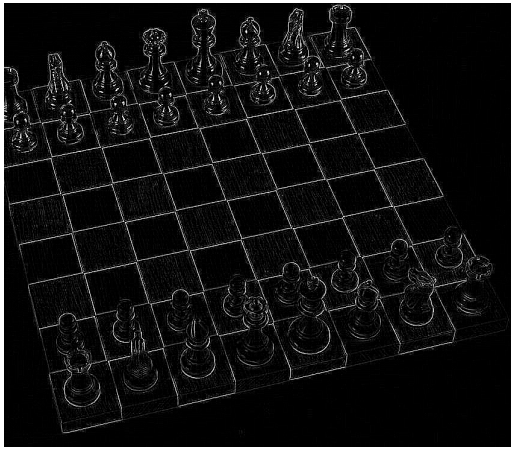
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



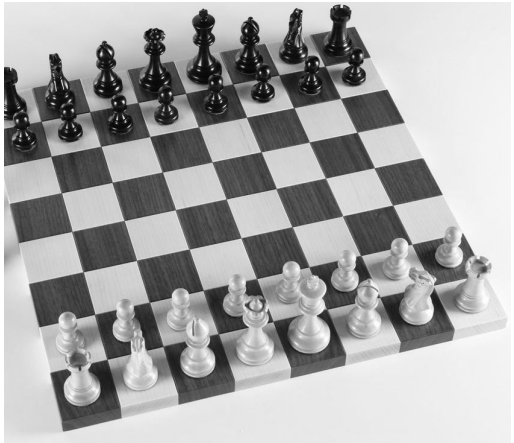
Wykrywanie krawędzi



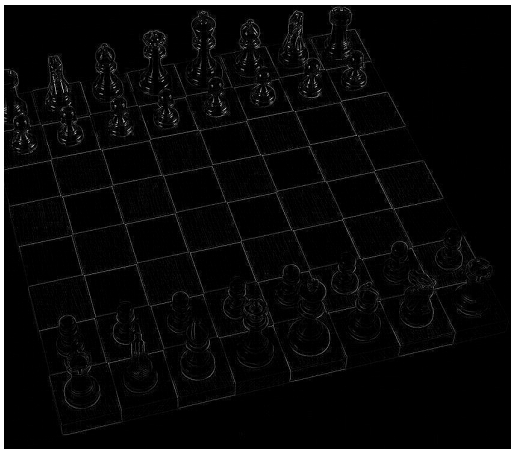
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



Wykrywanie krawędzi



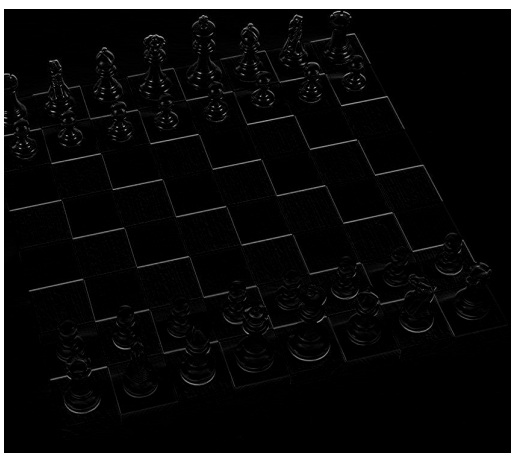
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Kiedy zamiast krawędzi interesują nas jednolite płaszczyzny, możemy zastosować filtr różnic kierunkowych.

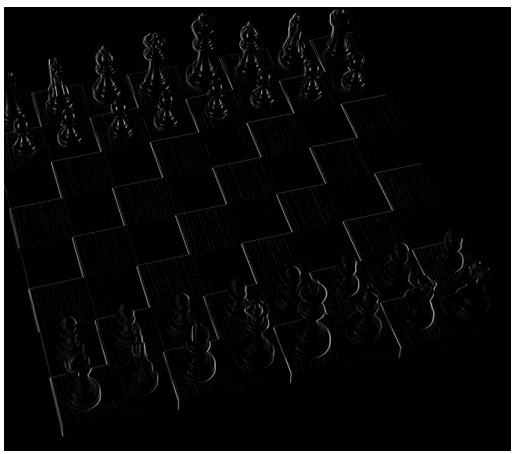
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Kiedy zamiast krawędzi interesują nas jednolite płaszczyzny, możemy zastosować filtr różnic kierunkowych.

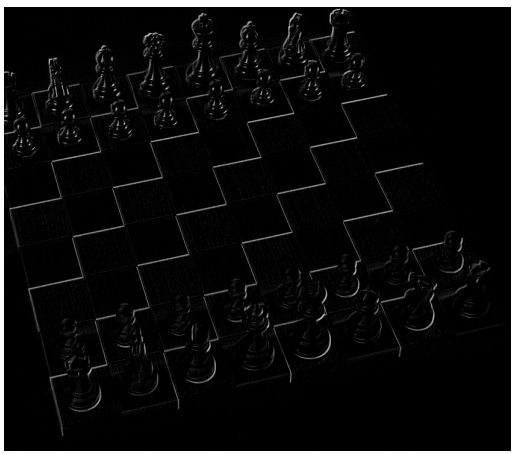
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Kiedy zamiast krawędzi interesują nas jednolite płaszczyzny, możemy zastosować filtr różnic kierunkowych.

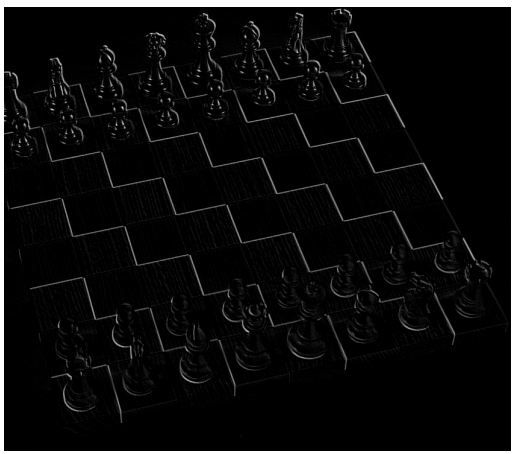
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Kiedy zamiast krawędzi interesują nas jednolite płaszczyzny, możemy zastosować filtr różnic kierunkowych.

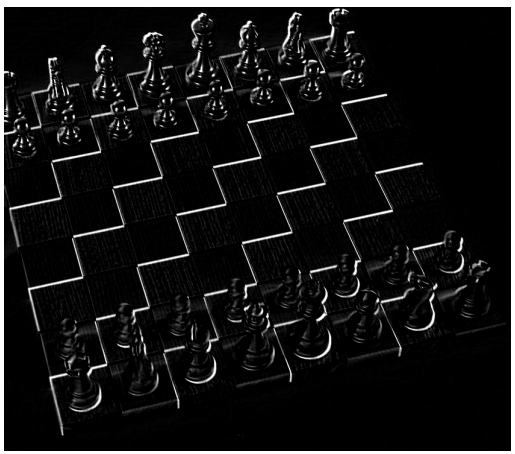
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Możemy również kontrolować siłę/głębię krawędzi

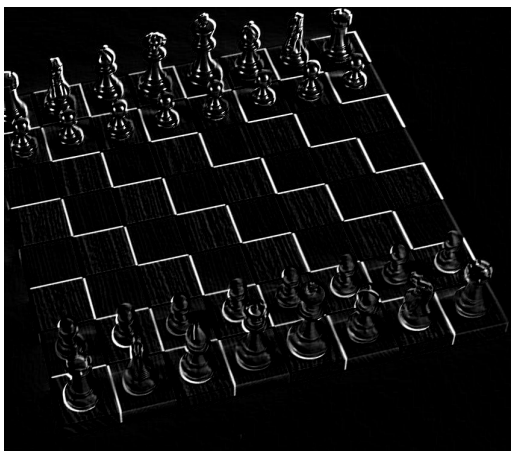
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Możemy również kontrolować siłę/głębię krawędzi

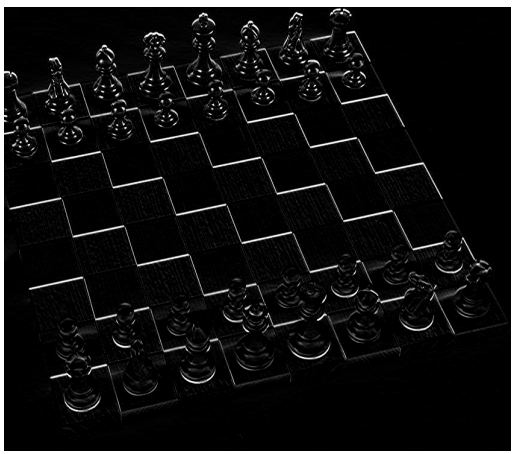
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Wytłaczanie

Możemy również kontrolować siłę/głębię krawędzi

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Laplacian

Laplacian funkcji dwóch zmiennych

Najprostszym izotropowym, opartym na pochodnych operatorem dla obrazu jest

$$L(f) = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \ .$$

Po dyskretyzacji, dla obrazów przyjmujemy
$\nabla^2 f = f(x+1,\, y) + f(x-1,\, y) + f(x,\, y+1) + f(x,\, y-1) - 4f(x,\, y).$

Laplacian

Laplacian funkcji dwóch zmiennych

Najprostszym izotropowym, opartym na pochodnych operatorem dla obrazu jest

$$L(f) = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \ .$$

Po dyskretyzacji, dla obrazów przyjmujemy
$\nabla^2 f = f(x+1,\, y) + f(x-1,\, y) + f(x,\, y+1) + f(x,\, y-1) - 4f(x,\, y).$

Zapisując operator macierzowo

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Wyostrzanie

Ponieważ pochodna wzmacnia znaczne kontrasty w intensywnościach pikseli, a zmniejsza intensywność obszarów o łagodnych przejściach w skali szarości, możemy wykorzystać Laplacian do wyostrzania obrazu.

$$\hat{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - L(f) & \text{jeśli środkowy element } L(f) \text{ jest ujemny} \\ f(x, y) + L(f) & \text{w p.p.} \end{cases}$$

Wyostrzanie



Modyfikacje

Operacja w jednym przebiegu

W celu przyspieszenia, wzmacniania obszarów nie wykonujemy w kilku krokach, a korzystamy z równości: $f(x, y) - L(f) = f(x, y) - (f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)) = 5f(x, y) - f(x+1, y) - f(x-1, y) - f(x, y+1) - f(x, y-1)$.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Modyfikacje

High-Boosting

W przypadkach, gdy obraz jest wyraźnie przesunięty w stronę bieli (lub czerni), a dodatkowo celem jest wyostrzenie stosujemy równanie (dla dodatniego centralnego elementu): $\hat{f}(x, y) = Af(x, y) + L(f)$.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & A+4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & A+8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Modyfikacje

$A = 10$

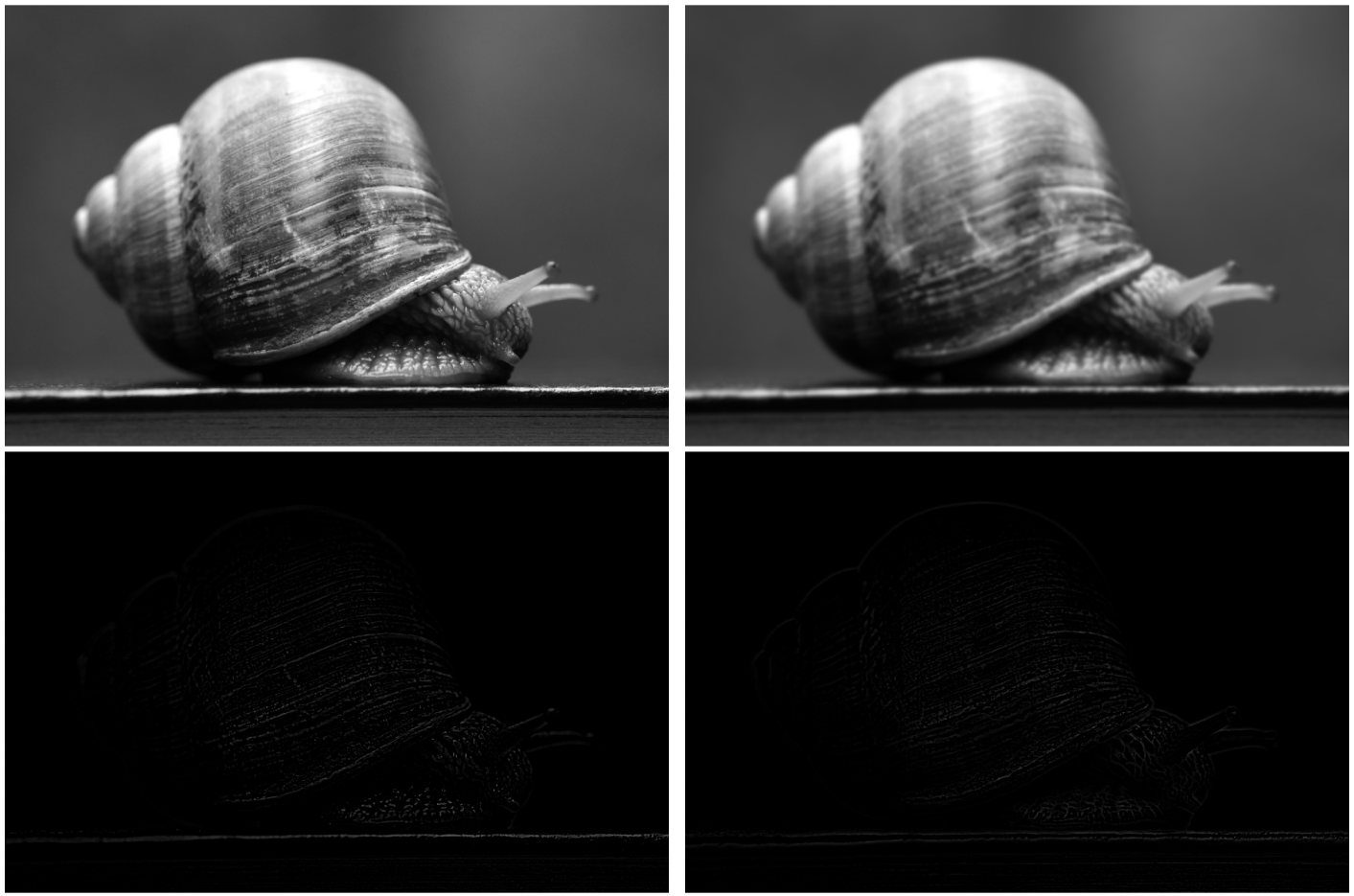




Wygładzanie Gaussa

$$g(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Różnica Gaussianów:



Wygładzanie Gaussa

$$g(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Band-pass filtering (LoG)

Skoro filtr Gaussa rozmywa obraz, a filtr Laplace'a wyostrza, co powstanie z połączenia filtrów?

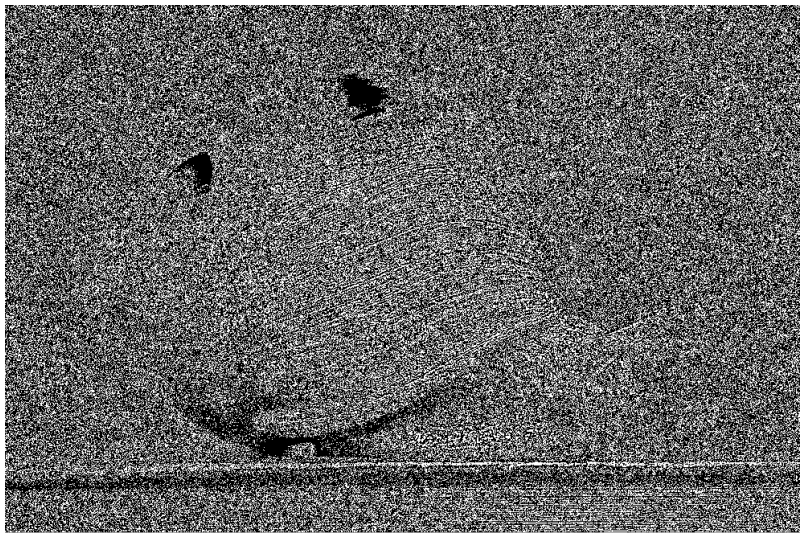
$$\hat{f}(x, y) = f(x, y) * L(f) * G(f)$$

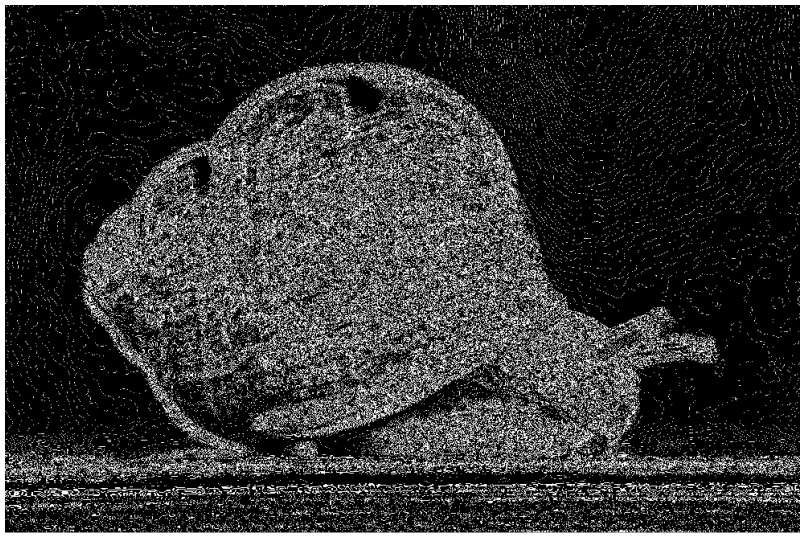
W celu przyspieszenia filtrowania $\hat{f}(x, y) = f(x, y) * (L(f) * G(f))$ oraz obliczmy kernel przed wykonaniem operacji.

$$\hat{f}(x, y) = f(x, y) * \left(\nabla^2 g(x, y; \sigma)\right) = f(x, y) * \left(\frac{x^2+y^2}{\sigma^4} - \frac{2}{\sigma^2}\right) g(x, y; \sigma)$$

Wygładzanie Gaussa

$$g(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



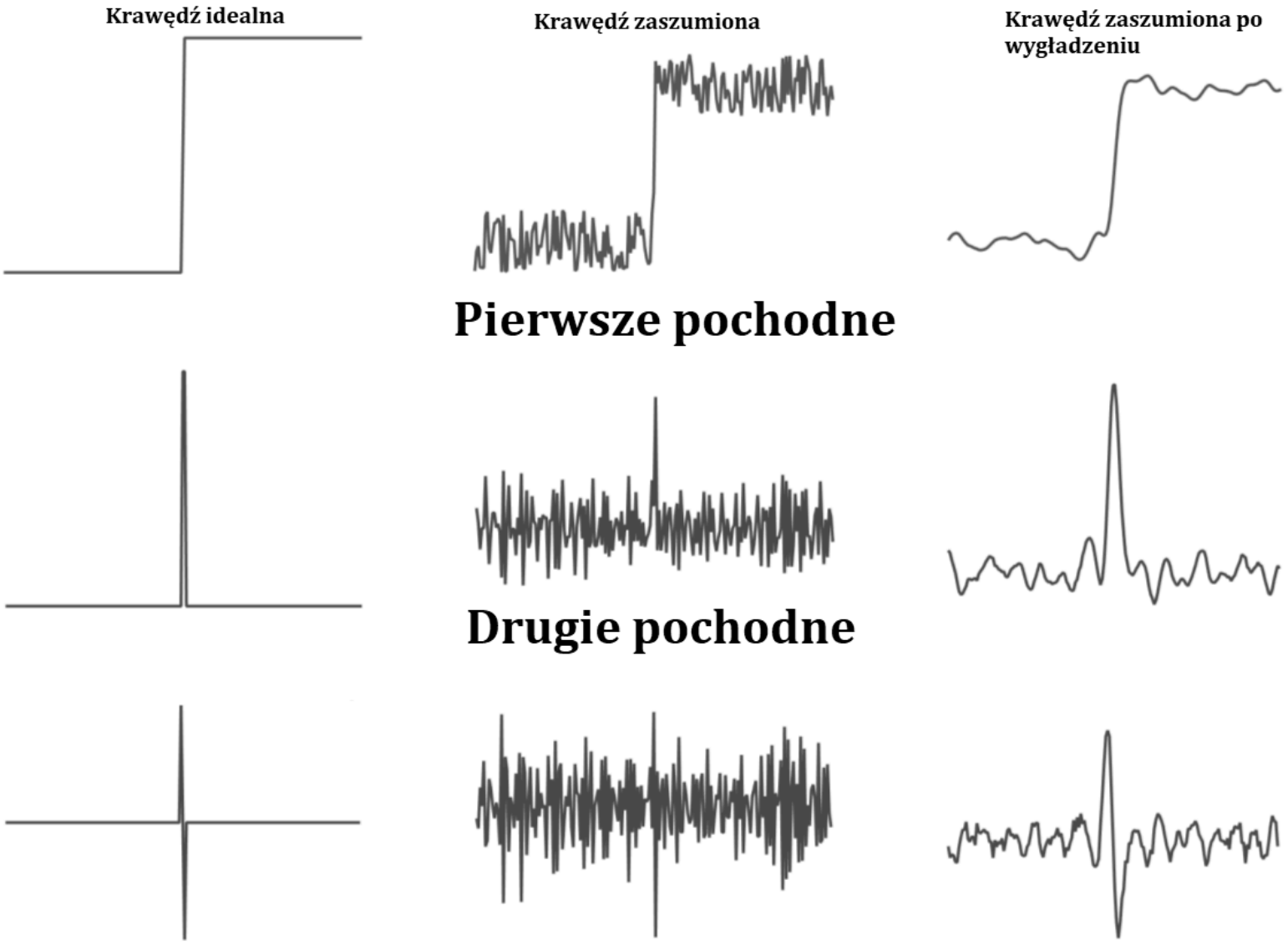


Wykrywanie krawędzi – po co?

- wyznaczanie granic między obiektami
- wyznaczanie granic padania światła
- wyznaczanie granic materiału lub tkanki
- wyznaczanie trójwymiarowej geometrii
- wyznaczenie płaszczyzny obrotu
- wyznaczenie przemieszczenia obiektu pomiędzy klatkami

Uwaga: Nie zawsze musi nas interesować krawędź w dziedzinie intensywności.

Czym jest krawędź?



Dyskretyzacja

- Aby obliczyć pochodną, funkcja $f(\bar{x})$ musi być ciągła w punkcie jej liczenia
- Obrazy reprezentujemy jako $f(x, y) = i(x, y) \cdot r(x, y)$ zdyskretyzowaną do postaci macierzowej, o wartościach z pewnego dyskretnego przedziału $\{0, \ldots L-1\}$
- Potrzebujemy dyskretnego odpowiednika pochodnej, wskazującej na dyskretną różnicę o odpowiedniej amplitudzie

Dyskretyzacja

- Aby obliczyć pochodną, funkcja $f(\bar{x})$ musi być ciągła w punkcie jej liczenia
- Obrazy reprezentujemy jako $f(x, y) = i(x, y) \cdot r(x, y)$ zdyskretyzowaną do postaci macierzowej, o wartościach z pewnego dyskretnego przedziału $\{0, \ldots L-1\}$
- Potrzebujemy dyskretnego odpowiednika pochodnej, wskazującej na dyskretną różnicę o odpowiedniej amplitudzie
- Realizacja za pomocą splotu z operatorem skończonych różnic (wskazujemy wagi)

Operator Sobela

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

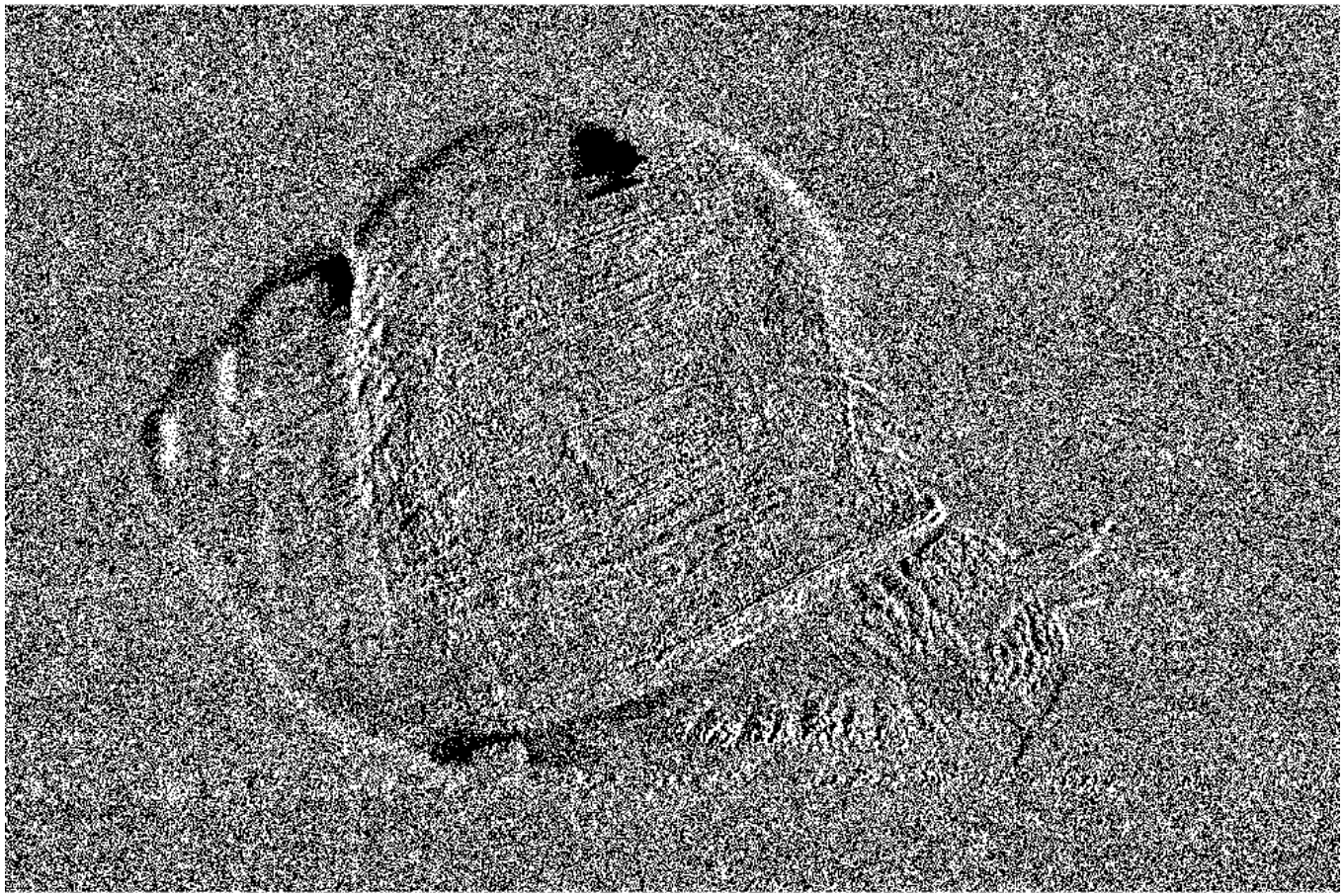
$$G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Sobel – operacje



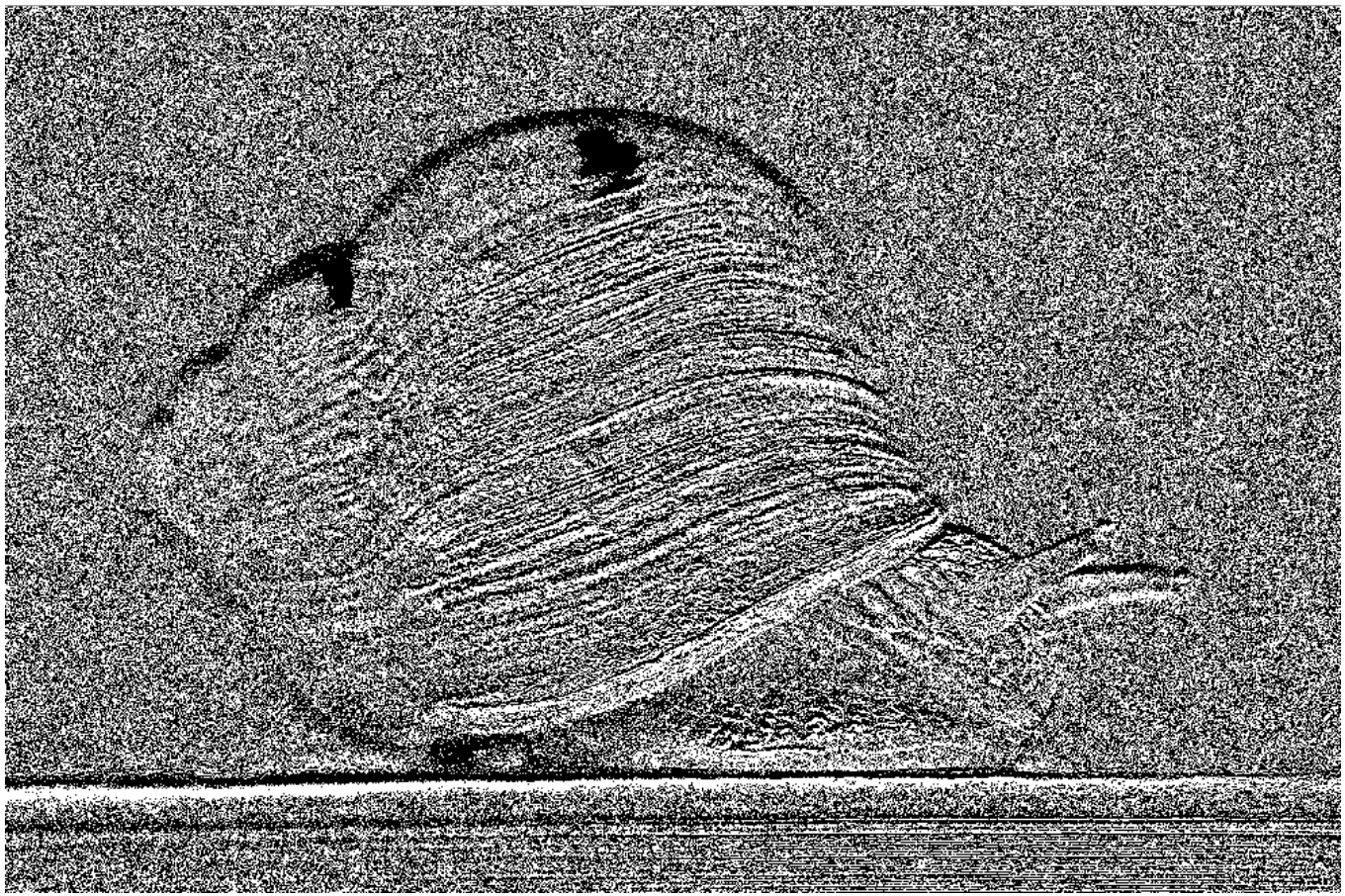
Sobel – operacje

Po zastosowaniu $g_x = Im * G_x$



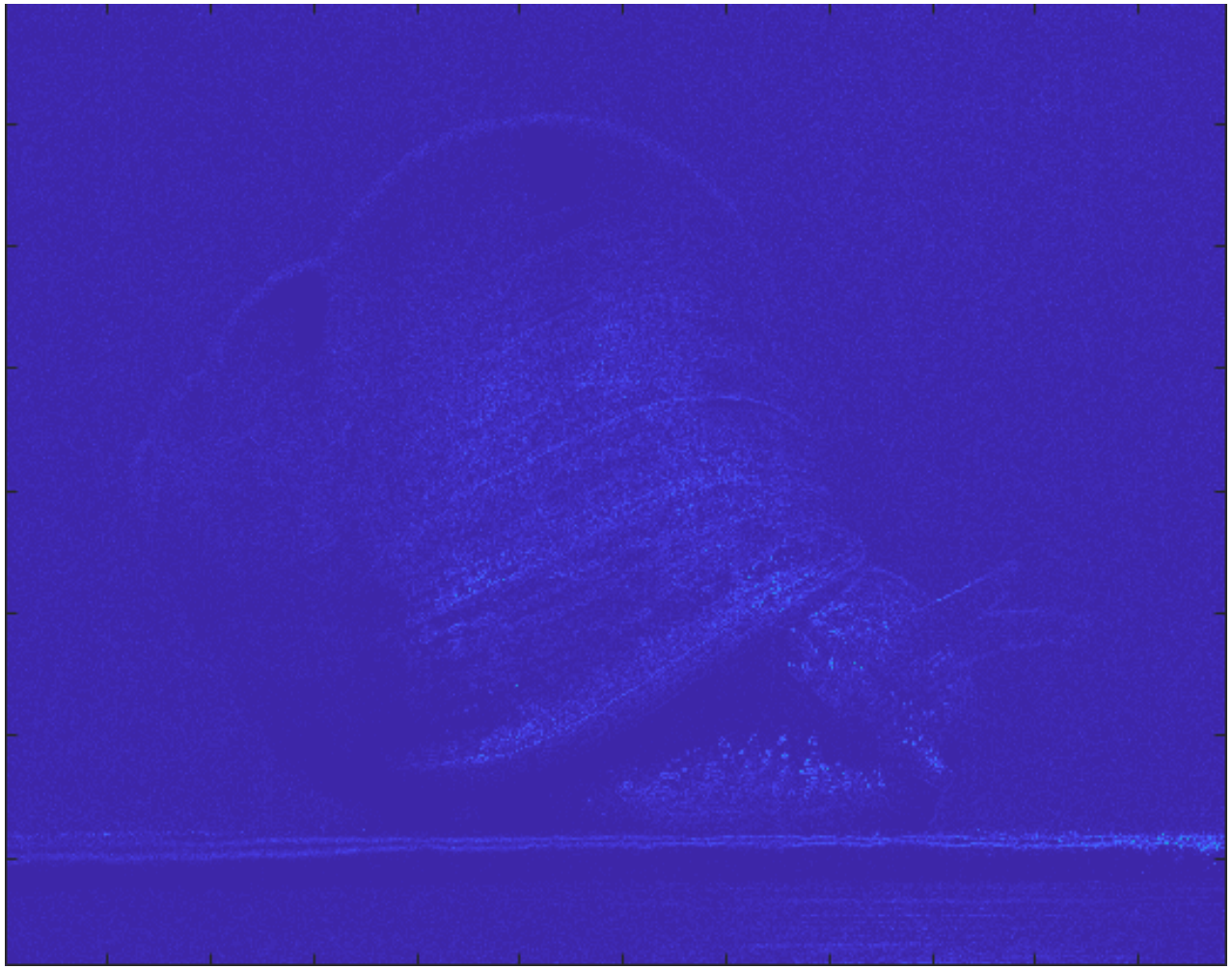
Sobel – operacje

Po zastosowaniu $g_y = Im * G_y$



Sobel – operacje

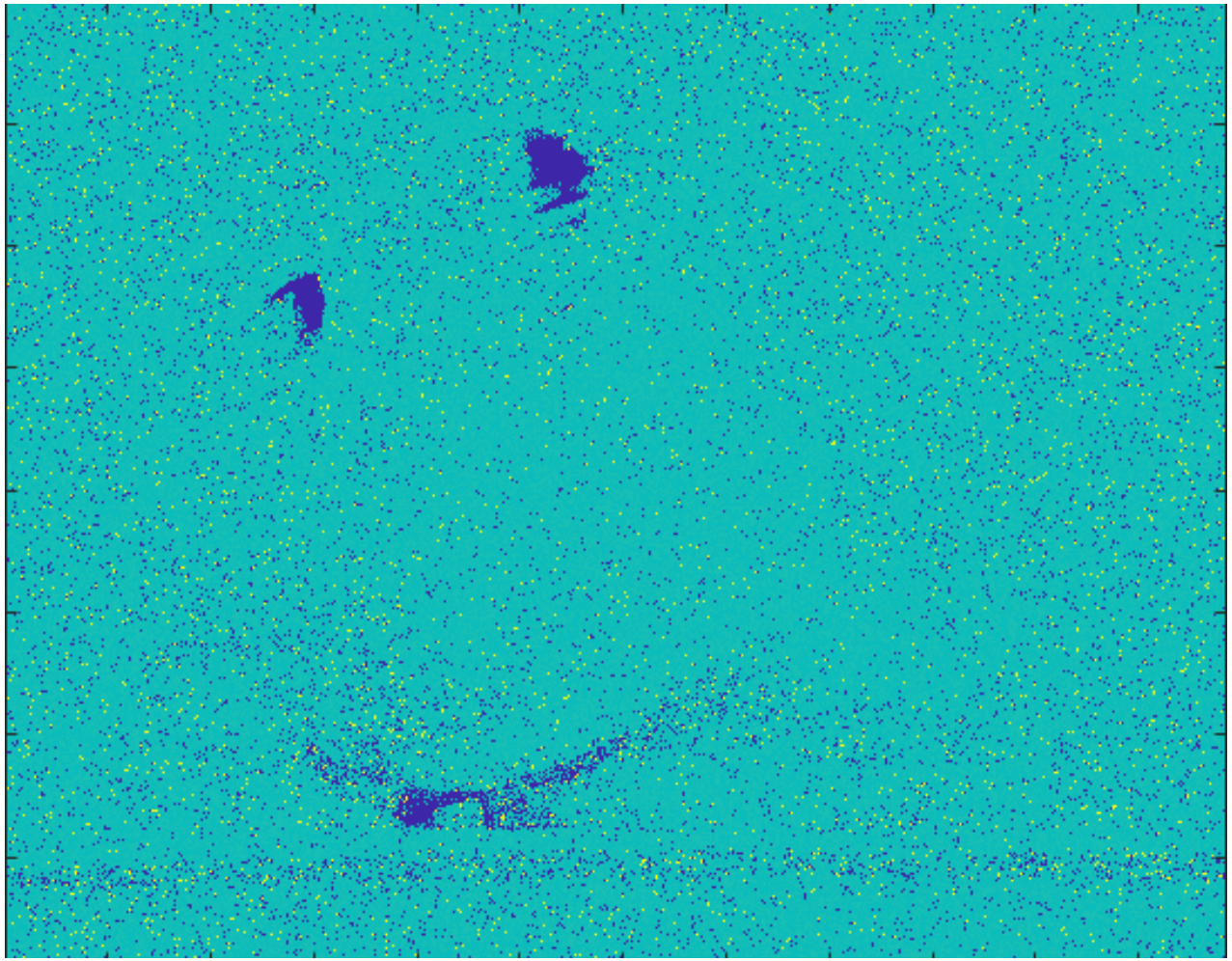
Siła krawędzi $g_s = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$



Uwaga: Colormap zmieniony dla widoczności

Sobel – operacje

Kierunek (normalny do) krawędzi $g_d = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$



Uwaga: Colormap zmieniony dla widoczności

Kierunkowość krawędzi



- Można zauważyć, że krawędzie (dyskretne różnice) zachowują się inaczej w przypadku rosnącej i malejącej intensywności
- Pozwala to na rozróżnienie krawędzi jasny—ciemny od ciemny—jasny
- Tracimy jednak informację o niektórych krawędziach

Kierunkowość krawędzi







Kierunkowość krawędzi

Rozwiązanie: moduł lub lokalizowanie zer.



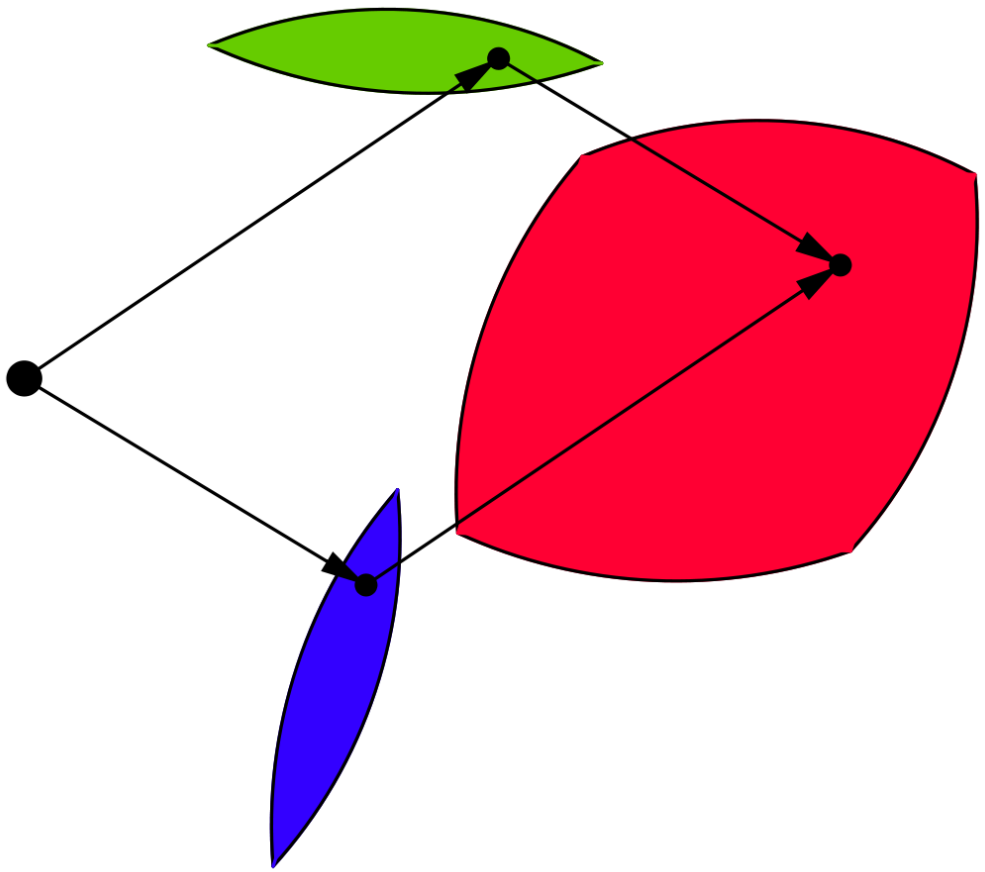


Suma i różnica Minkowskiego

Geometryczna operacja dodawania figur (zbiorów).

Suma $A + B = \{a + b : a \in A \wedge b \in B\}$

Różnica $A - B = \{c : c + B \subseteq A\} = \overline{(\overline{A} + (-B))}$



Erozja i dylatacja

Erozja

Niech A będzie obrazem binarnym w (wycinku) przestrzeni euklidesowej E, a `strel` elementem strukturalnym. Erozją A przez `strel` nazywamy

$$A \ominus \texttt{strel} = \{e \in E : \texttt{strel}_e \subseteq A\} \ ,$$

gdzie $\texttt{strel}_e = \{s + e : s \in \texttt{strel}\}$ oznacza przesunięcie elementu o wektor e.

Dylatacja

Niech A będzie obrazem binarnym w (wycinku) przestrzeni euklidesowej E, a `strel` elementem strukturalnym. Dylatacją A elemntem `strel` nazywamy

$$A \oplus \texttt{strel} = \{e \in E : (\texttt{strel}^s)_e \cap A \neq \emptyset\} \ ,$$

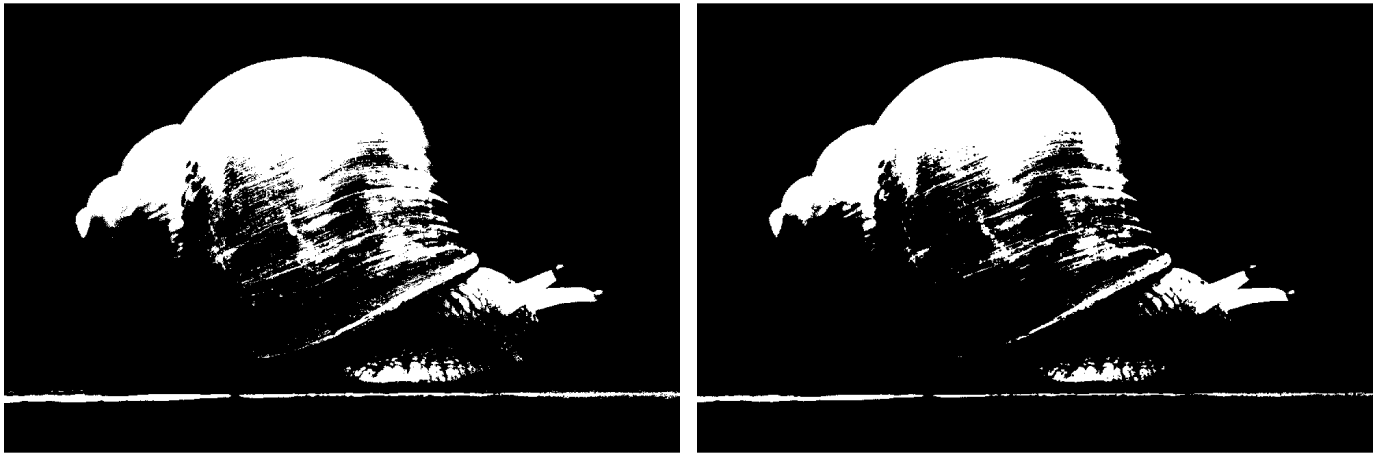
gdzie $\texttt{strel}^s = \{\hat{e} \in E : -\hat{e} \in \texttt{strel}\}$ oznacza odbicie symetryczne `strel`.

Przykład

$$\texttt{disk(5): strel} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykład

Erozja:



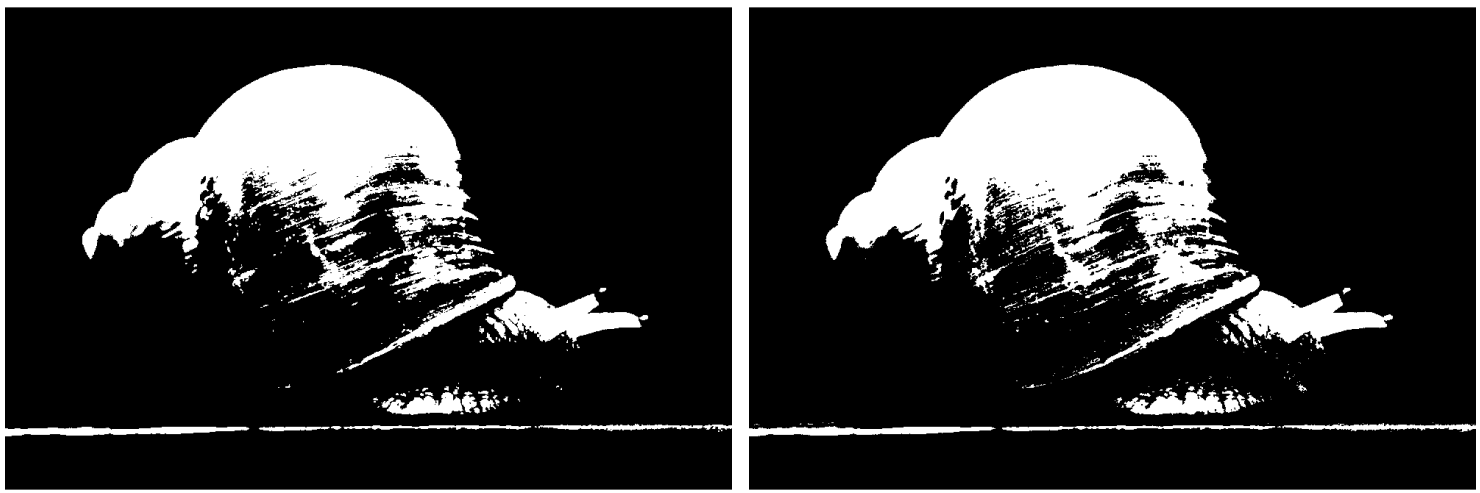
Dylatacja:



Otwarcie i domknięcie morfologiczne

Otwarcie $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$

Domknięcie $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$



Konturowanie i szkieletonizacja

Kontur

- kontur zewnętrzny $\mathcal{C}_o = (A \oplus B) - A$
- kontur wewnętrzny $\mathcal{C}_i = A - (A \ominus B)$
- gradient morfologiczny$\mathcal{C}_g = (A \oplus B) - (A \ominus B)$

Szkieletonizacja Do{

$A' = \mathrm{Thin}(A); A = A';$

}While($\|A - A'\| < \Delta$),

dla $\mathrm{Thin}(A, B) = A - HM(A, B)$

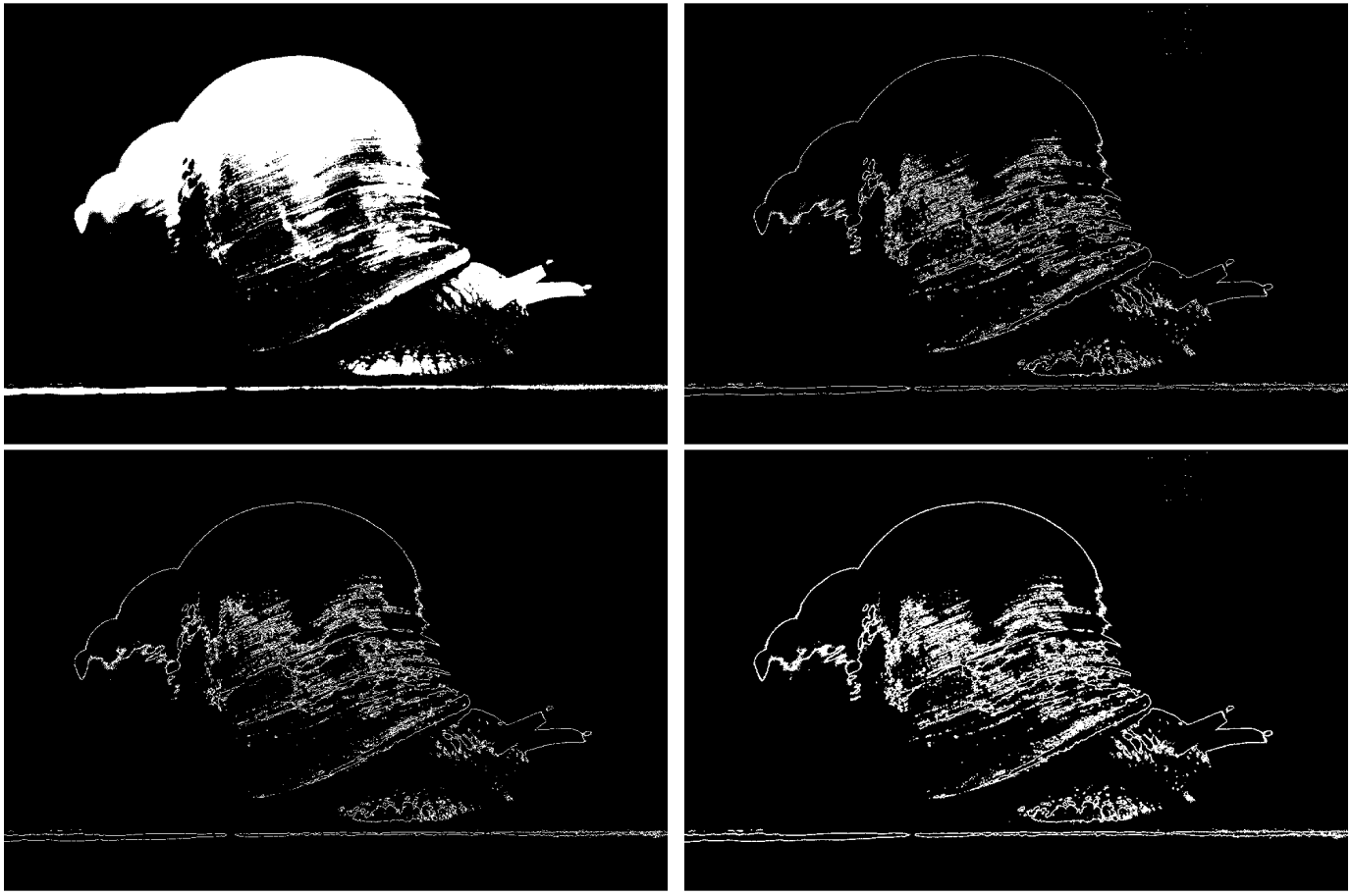
Przykład

`diamond(5):` strel =

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & & & & & & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

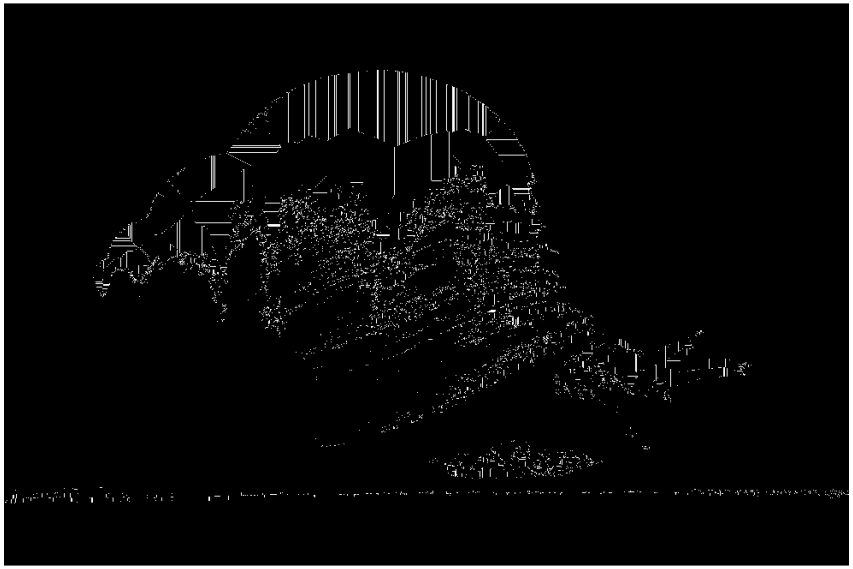
Przykład

Kontury:

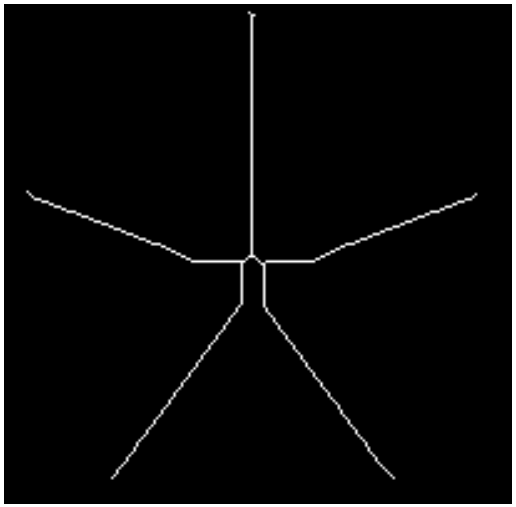


Przykład

Skeletonizacja:



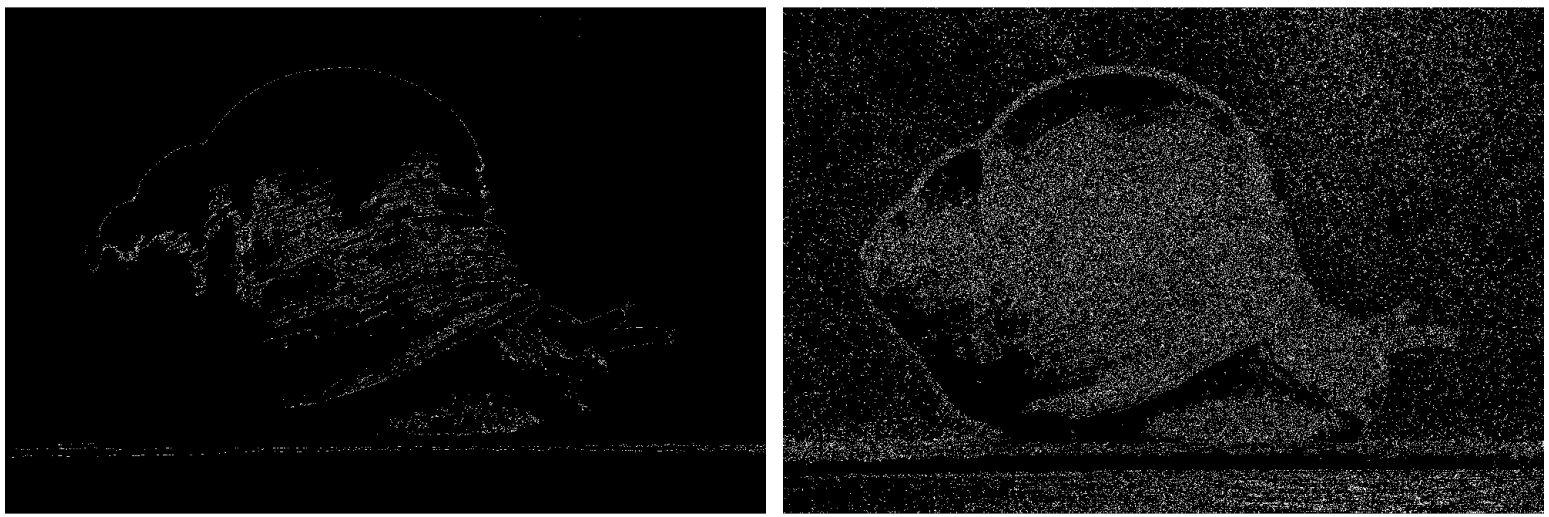




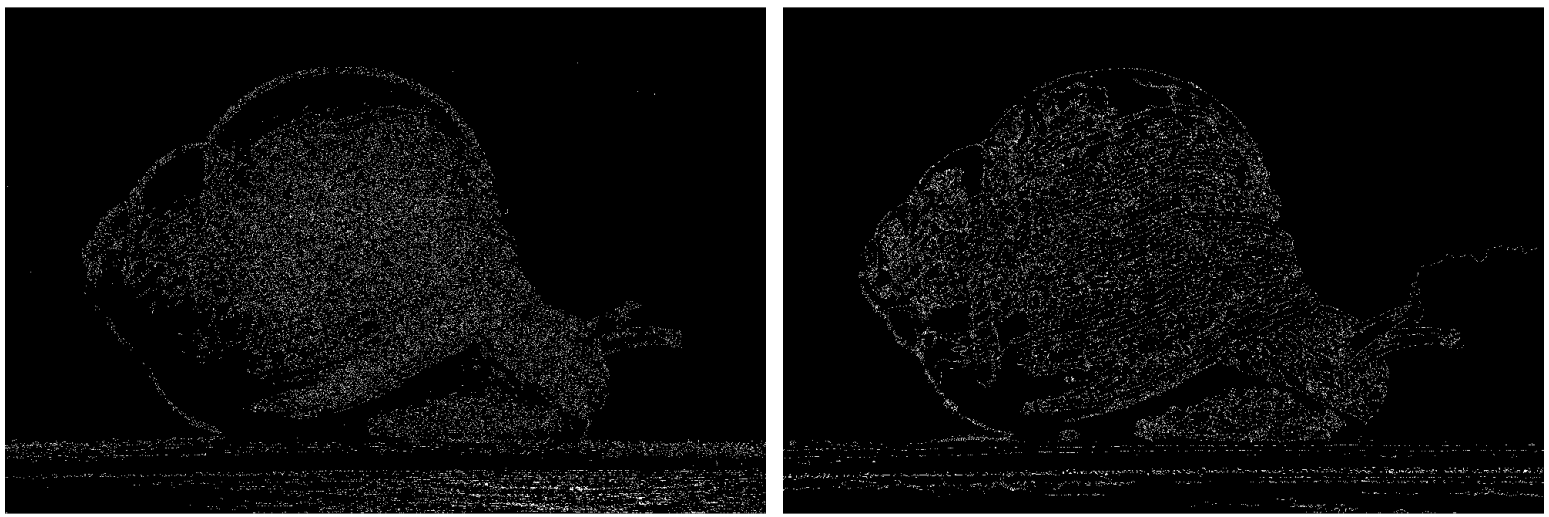
Canny edges

1. Usuwamy szum poprzez rozmycie Gaussa
2. Wykrycie krawędzi za pomocą pierwszej pochodnej (np. Sobel)
3. Przerzedzenie krawędzi (np. tłumienie nie-maximów, Thin()).
4. Podwójne progowanie (wysoki i niski gradient)
5. Histereza (słabe piksele nie połączone z silnymi, są usuwane)

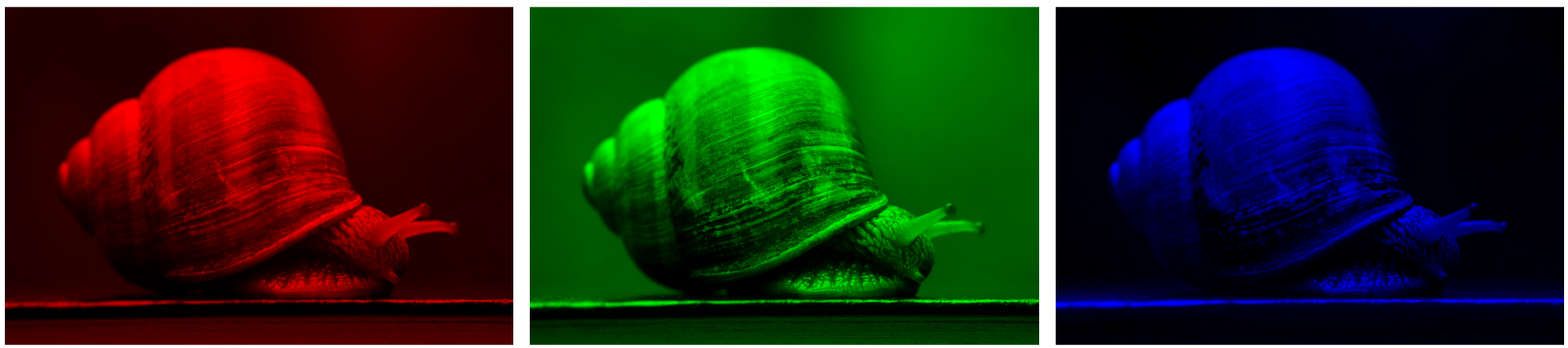
Canny edges



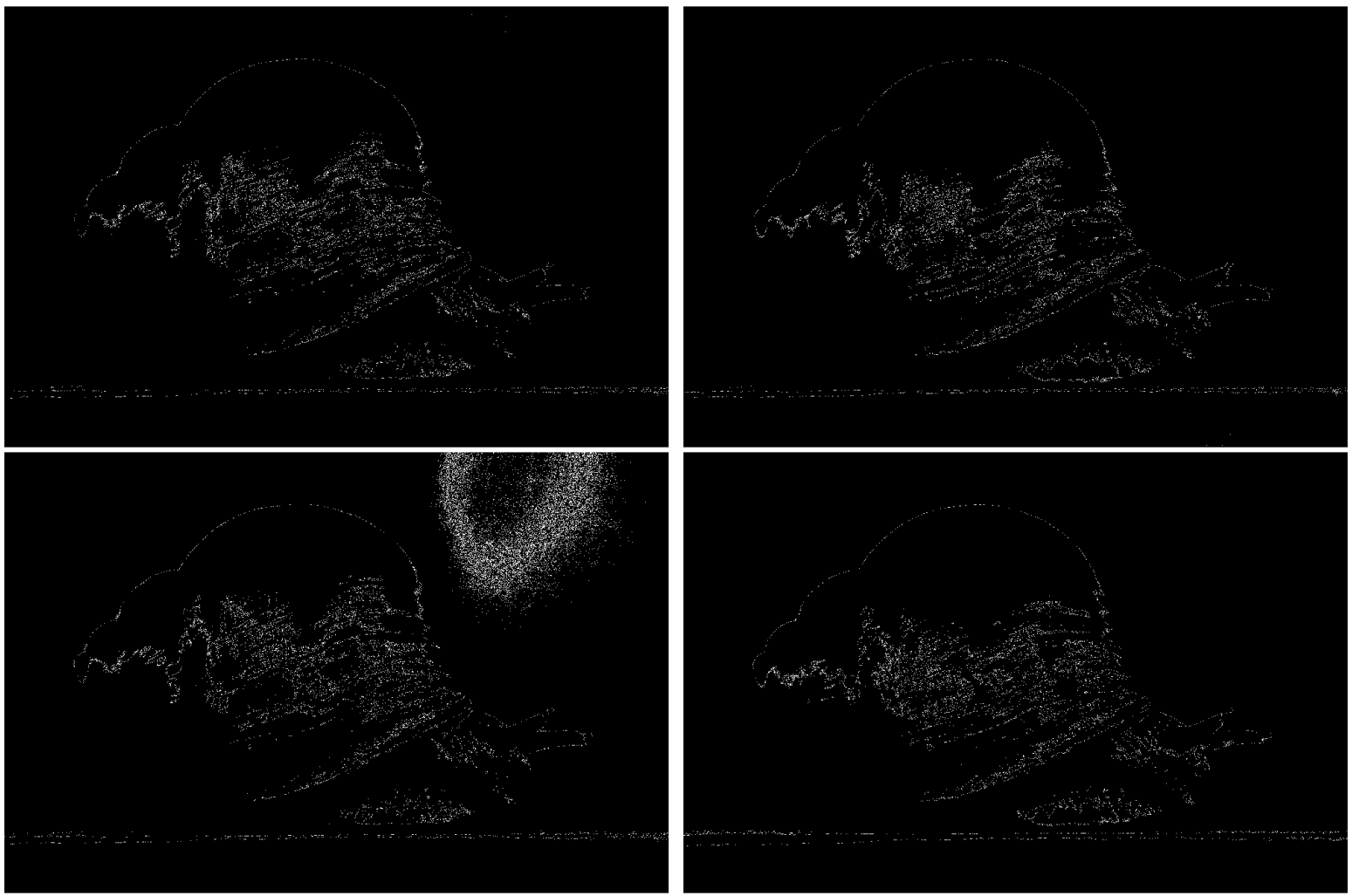
Canny edges



Canny edges dla obrazu wielokanałowego



Canny edges dla obrazu wielokanałowego



Canny edges dla obrazu wielokanałowego

